EJERCICIOS METODOS MATEMATICOS

1. Utilice el método de Gauss-Jordan para encontrar, si existen, todas las soluciones del sistema de ecuaciones:

$$\begin{aligned} 9x_1 + 9x_2 - 7x_3 &= 6 \\ -7x_1 \qquad - x_3 &= -10 \\ 9x_1 + 6x_2 + 8x_3 &= 45 \end{aligned}$$

2. En el siguiente sistema de ecuaciones lineales determine para qué valores de K el sistema i) no tiene solución, ii) tiene un número infinito de soluciones, iii) tiene solución única.

$$\begin{aligned} 2x - y - Kz &= 0 \\ x - y - 2z &= 1 \\ -x + 2z &= K \end{aligned}$$

3. Si

$\mathbf{a} = (2\ \ -3\ \ 0)$, $\mathbf{b} = (-7\ \ -5\ \ 4)$ y $\mathbf{c} = (6\ \ 1\ \ 8)$.

Calcule

$\mathbf{b} + \mathbf{c}$

$-2\mathbf{b}$

$4\mathbf{b} - 7\mathbf{a}$

$3\mathbf{a} - 2\mathbf{b} - 4\mathbf{c}$

4. Calcule

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 0 & 6 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 7 & 1 & 4 \\ 2 & -3 & 5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 0 & 4 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$$

5.

En los problemas 27 a 43 realice las operaciones indicadas con $A = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ -2 & -2 \\ 0 & -8 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -4 & 7 \\ 0 & 1 \\ 8 & -3 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} 5 & -9 \\ 3 & 0 \\ 6 & 1 \end{pmatrix}$.

27. $3A$ **28.** $A + B$ **29.** $C - A$

30. $A - C$ **31.** $2C - 5A$ **32.** $0B$ (0 es el cero escalar)

33. $-7A + 3B$ **34.** $6B - 7A + 0C$ **35.** $A + B + C$

36. $C - A - B$ **37.** $B - A - 2C$ **38.** $2A - 3B + 4C$

39. $7C - B + 2A$

6.

Dados $A=\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ y $B=\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$, resuelva la siguiente ecuación para X:

$3(2A + B + X) = 5(X - A + B)$

7.

Sea $A=\begin{pmatrix} 2 & -4 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$. Calcule A^{-1} si existe.

8.

En los problemas 1 a 8 calcule el producto escalar de los dos vectores.

1. $(1, 2, -1, 0); (3, -7, 4, -2)$
2. $\begin{pmatrix} 4 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 1 \\ 6 \\ 6 \end{pmatrix}$
3. $\begin{pmatrix} 5 \\ 7 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}$
4. $(7, -4); (-1, -4)$
5. $(a, b); (c, d)$
6. $(\sqrt{2} \;\; -\sqrt{2} \;\; 2); (\sqrt{18} \;\; \sqrt{32} \;\; 1)$
7. $\begin{pmatrix} \pi & \frac{\pi^2}{3} & 3 \end{pmatrix}; (\pi^2 \;\; -9\pi \;\; \pi^3)$
8. $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} y \\ z \\ x \end{pmatrix}$

9.

Determine todos los números α y β tales que los vectores $\begin{pmatrix} 1 \\ -\alpha \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ y $\begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ -2\beta \\ 3 \end{pmatrix}$ son ortogonales.

10. ¿qué significa que el determinante de una matriz cuadrada sea cero?

11. Encuentre la magnitud y la dirección del vector

$\mathbf{v} = (\sqrt{3}, -2)$

12.

Sean $\mathbf{u} = -3\mathbf{i} + 6\mathbf{j}$ y $\mathbf{v} = 2\mathbf{i} + \alpha\mathbf{j}$. Determine α tal que:

a) $\mathbf{u}$ y $\mathbf{v}$ son ortogonales.

b) $\mathbf{u}$ y $\mathbf{v}$ son paralelos.

c) El ángulo entre $\mathbf{u}$ y $\mathbf{v}$ es $\frac{\pi}{4}$.

d) El ángulo entre $\mathbf{u}$ y $\mathbf{v}$ es $\frac{\pi}{3}4$.

13. Encuentre la magnitud y los cosenos directores de

$\mathbf{v} = -10\mathbf{i} + 7\mathbf{j} + 9\mathbf{k}$

14. Calcule el volumen del paralelepípedo determinado por los vectores $\overrightarrow{PQ}, \overrightarrow{PR}$ y $\overrightarrow{PS}$, donde
$P = (2, 1, -1)$, $Q = (-3, 1, 4)$, $R = (-1, 0, 2)$ y $S = (-3, -1, 5)$.

15. Usando la desigualdad de Cauchy-Schwarz, pruebe que si $|\mathbf{u} + \mathbf{v}| = |\mathbf{u}| + |\mathbf{v}|$, entonces $\mathbf{u}$ y $\mathbf{v}$ son linealmente dependientes.

16.

I) ¿Cuáles de los siguientes determinantes son 0?

a) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 4 \\ 1 & 6 & 4 \end{vmatrix}$ *b)* $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 7 \\ 2 & 3 & 8 \\ -1 & -2 & -7 \end{vmatrix}$

c) $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 \\ -2 & 1 & 3 \\ 0 & 2 & 5 \end{vmatrix}$ *d)* $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{vmatrix}$

II) ¿Cuáles de los siguientes determinantes son 0?

a) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ -1 & 2 & -3 & 4 \\ 3 & -1 & 5 & 2 \\ 3 & 1 & 5 & 2 \end{vmatrix}$ *b)* $\begin{vmatrix} 1 & 3 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 1 & 4 \\ 3 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 5 \end{vmatrix}$

c) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 2 & 1 \\ -1 & 5 & -2 & 0 \\ 2 & 4 & 4 & 2 \\ 3 & 6 & 6 & 5 \end{vmatrix}$ *d)* $\begin{vmatrix} 2 & 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & -1 \\ 3 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 3 & 2 & 0 \end{vmatrix}$

III) El determinante de $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 2 & 4 \\ -1 & 2 & 5 \end{pmatrix}$ es _____.

a) 4 *b)* 10 *c)* -10 *d)* 8 *e)* 6

17. Describa geométricamente la transformación lineal descrita por

$$A_\theta = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\operatorname{sen}\theta & 0 \\ \operatorname{sen}\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

18.

I) Un *vector* es _____.

a) dos puntos en el plano xy.
b) un segmento de recta entre dos puntos.
c) un segmento de recta dirigido de un punto a otro.
d) una colección de segmentos de recta dirigidos equivalentes.

II) Si $P = (3, -4)$ y $Q = (8, 6)$, el vector $\overrightarrow{PQ}$ tiene longitud _____.

a) $|3|+|-4|$ *b)* $(3)^2 + (-4)^2$
c) $(3-8)^2 + (-4-6)^2$ *d)* $\sqrt{(8-3)^2 + (6-(-4))^2}$

III) La dirección del vector $(4, 8)$ es _____.

a) π *b)* $\tan^{-1}(8-4)$ *c)* $\left(\frac{8}{4}\right)\pi$ *d)* $\tan^{-1}\left(\frac{8}{4}\right)$

IV) Si $\mathbf{u} = (3, 4)$ y $\mathbf{v} = (5, 8)$, entonces $\mathbf{u} + \mathbf{v}$ _____.

a) $(7, 13)$ *b)* $(8, 12)$ *c)* $(2, 4)$ *d)* $(15, 32)$

V) Si $\mathbf{u} = (4, 3)$, entonces el vector unitario con la misma dirección que $\mathbf{u}$ es _____.

a) $(0.4, 0.3)$ *b)* $(0.8, 0.6)$ *c)* $\left(\frac{4}{5}, \frac{3}{5}\right)$ *d)* $\left(\frac{4}{7}, \frac{3}{7}\right)$

19.

I) $\mathbf{i} \cdot \mathbf{j} =$ _____.

a) 1 *b)* $\sqrt{(0-1)^2 + (1-0)^2}$
c) 0 *d)* $\mathbf{i} + \mathbf{j}$

II) $(3, 4) \cdot (3, 2) =$ _____.

a) $(3+3)(4+2) = 36$ *b)* $(3)(3) + (4)(2) = 17$
c) $(3-3)(2-4) = 0$ *d)* $(3)(3) - (4)(2) = 1$

III) El coseno del ángulo entre $\mathbf{i} + \mathbf{j}$ e $\mathbf{i} - \mathbf{j}$ es _____.

a) $0\mathbf{i} + 0\mathbf{j}$ *b)* 0 *c)* $\sqrt{2}$ *d)* $\frac{1}{\sqrt{2+0}}$

IV) Los vectores $2\mathbf{i} - 12\mathbf{j}$ y $3\mathbf{i} + \left(\frac{1}{2}\right)\mathbf{j}$ son _____.

a) Ni paralelos ni ortogonales *b)* Paralelos
c) Ortogonales *d)* Idénticos

V) $\text{Proy}_{\mathbf{w}}\mathbf{u} =$ _____.

a) $\frac{\mathbf{u} \cdot \mathbf{w}}{|\mathbf{w}|}$ *b)* $\frac{\mathbf{w}}{|\mathbf{w}|}$ *c)* $\frac{\mathbf{u} \cdot \mathbf{w}\,\mathbf{w}}{|\mathbf{w}|\ |\mathbf{w}|}$ *d)* $\frac{\mathbf{u} \cdot \mathbf{w}\,\mathbf{u}}{|\mathbf{u}|\ |\mathbf{u}|}$

20.

II) La distancia entre los puntos $(1, 2, 3)$ y $(3, 5, -1)$ es _____.

a) $\sqrt{(1+2+3)^2+(3+5-1)^2}$ *b)* $\sqrt{2^2+3^2+2^2}$

c) $\sqrt{2^2+3^2+4^2}$ *d)* $\sqrt{4^2+7^2+2^2}$

III) El punto $(0.3, 0.5, 0.2)$ está _____ la esfera unitaria.

a) en la tangente a *b)* sobre

c) dentro de *d)* fuera de

IV) $(x-3)^2+(y+5)^2+z^2=81$ es la ecuación de la esfera con _____.

a) centro 81 y radio $(-3, 5, 0)$ *b)* radio 81 y centro $(-3, 5, 0)$

c) radio -9 y centro $(3, -5, 0)$ *d)* radio 9 y centro $(3, -5, 0)$

V) $\mathbf{j}-(4\mathbf{k}-3\mathbf{i})=$ _____.

a) $(1, -4, -3)$ *b)* $(1, -4, 3)$

c) $(-3, 1, -4)$ *d)* $(3, 1, -4)$

VI) $(\mathbf{i}+3\mathbf{k}-\mathbf{j})\cdot(\mathbf{k}-4\mathbf{j}+2\mathbf{i})=$ _____.

a) $2+4+3=9$ *b)* $(1+3-1)(1-4+2)=-3$

c) $1+12-2=-13$ *d)* $2-4-3=-5$

VII) El vector unitario en la misma dirección que $\mathbf{i}+3\mathbf{k}-\mathbf{j}$ es _____.

a) $\mathbf{i}-\mathbf{j}+\mathbf{k}$ *b)* $\frac{1}{3}(2\mathbf{i}-2\mathbf{j}+\mathbf{k})$

c) $\frac{1}{3}(2\mathbf{i}-2\mathbf{j}+\mathbf{k})$ *d)* $\frac{1}{3}(2\mathbf{i}+2\mathbf{j}+\mathbf{k})$

VIII) El componente de $\mathbf{u}$ en la dirección $\mathbf{w}$ es

a) $\dfrac{\mathbf{u}\cdot\mathbf{w}}{|\mathbf{w}|}$ *b)* $\dfrac{\mathbf{w}}{|\mathbf{w}|}$ *c)* $\dfrac{\mathbf{u}\cdot\mathbf{w}\,\mathbf{w}}{|\mathbf{w}|\,|\mathbf{w}|}$ *d)* $\dfrac{\mathbf{u}\cdot\mathbf{w}\,\mathbf{u}}{|\mathbf{w}|\,|\mathbf{u}|}$

21.

I) $\mathbf{i} \times \mathbf{k} - \mathbf{k} \times \mathbf{i} =$ _____.

a) 0 *b)* $\mathbf{j}$ *c)* $2\mathbf{j}$ *d)* $-2\mathbf{j}$

II) $\mathbf{i} \cdot (\mathbf{j} \times \mathbf{k}) =$ _____.

a) 0 *b)* $\mathbf{0}$ *c)* 1 *d)* $\mathbf{i} - \mathbf{j} + \mathbf{k}$

III) $\mathbf{i} \times \mathbf{j} \times \mathbf{k}$ _____.

a) 0 *b)* $\mathbf{0}$ *c)* 1 *d)* no está definido

IV) $(\mathbf{i} + \mathbf{j}) \times (\mathbf{j} + \mathbf{k}) =$ _____.

a) 0 *b)* $\mathbf{0}$ *c)* 1 *d)* $\mathbf{i} - \mathbf{j} + \mathbf{k}$

V) El seno del ángulo entre los vectores $\mathbf{u}$ y $\mathbf{w}$ es _____.

a) $\dfrac{|\mathbf{u} \times \mathbf{w}|}{|\mathbf{u}||\mathbf{w}|}$ *b)* $\dfrac{|\mathbf{u} \times \mathbf{w}|}{|\mathbf{u} \cdot \mathbf{w}|}$

c) $\dfrac{|\mathbf{u} \cdot \mathbf{w}|}{|\mathbf{u} \times \mathbf{w}|}$ *d)* $|\mathbf{u} \times \mathbf{w}| - |\mathbf{u} \cdot \mathbf{w}|$

VI) $\mathbf{u} \times \mathbf{u} =$ _____.

a) $|\mathbf{u}|^2$ *b)* $\mathbf{1}$ *c)* 0 *d)* $\mathbf{0}$

22.

I) ¿Cuáles de los siguientes pares de vectores no pueden generar a $\mathbb{R}^2$?

a) $\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-3\\-3\end{pmatrix}$ *b)* $\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}2\\2\end{pmatrix}$ *c)* $\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-1\\1\end{pmatrix}$

d) $\begin{pmatrix}1\\3\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix}$ *e)* $\begin{pmatrix}1\\3\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}3\\1\end{pmatrix}$

II) ¿Cuáles de los siguientes conjuntos de polinomios generan a P_2?

a) $1, x^2$ *b)* $3, 2x, -x^2$

c) $1 + x, 2 + 2x, x^2$ *d)* $1, 1 + x, 1 + x^2$

Indique si los siguientes enunciados son falsos o verdaderos.

III) $\begin{pmatrix}3\\5\end{pmatrix}$ está en el espacio generado por $\left\{\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}2\\4\end{pmatrix}\right\}$.

IV) $\begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix}$ está en el espacio generado por $\left\{\begin{pmatrix}2\\0\\4\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-1\\0\\3\end{pmatrix}\right\}$.

V) $\{1, x, x^2, x^3, \ldots, x^{10\,000}\}$ genera a P.

VI) $\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$ genera a M_{22}.

VII) $\text{gen}\left\{\begin{pmatrix}1\\2\\-1\\3\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}7\\1\\0\\4\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-8\\0\\8\\2\end{pmatrix}\right\}$ es un subespacio de $\mathbb{R}^3$.

VIII) $\text{gen}\left\{\begin{pmatrix}1\\2\\-1\\3\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}7\\1\\0\\4\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-8\\0\\8\\2\end{pmatrix}\right\}$ es un subespacio de $\mathbb{R}^4$.

IX) Si $\left\{\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}2\\3\end{pmatrix}\right\}$ genera a $\mathbb{R}^2$, entonces $\left\{\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}2\\3\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-2\\-3\end{pmatrix}\right\}$ también genera $\mathbb{R}^2$.

23.

I) ¿Cuáles de los siguientes pares de vectores son linealmente independientes?

a) $\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1\\-1\end{pmatrix}$ *b)* $\begin{pmatrix}2\\3\end{pmatrix},\begin{pmatrix}3\\2\end{pmatrix}$ *c)* $\begin{pmatrix}11\\0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0\\4\end{pmatrix}$

d) $\begin{pmatrix}-3\\-11\end{pmatrix},\begin{pmatrix}-6\\11\end{pmatrix}$ *e)* $\begin{pmatrix}-2\\4\end{pmatrix},\begin{pmatrix}2\\4\end{pmatrix}$

II) ¿Cuál de los siguientes pares de vectores es un conjunto generador de $\mathbb{R}^2$?

a) $\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1\\-1\end{pmatrix}$ *b)* $\begin{pmatrix}2\\3\end{pmatrix},\begin{pmatrix}3\\2\end{pmatrix}$ *c)* $\begin{pmatrix}11\\0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0\\4\end{pmatrix}$

d) $\begin{pmatrix}-3\\-11\end{pmatrix},\begin{pmatrix}-6\\11\end{pmatrix}$ *e)* $\begin{pmatrix}-2\\4\end{pmatrix},\begin{pmatrix}2\\4\end{pmatrix}$

III) ¿Cuál de los siguientes conjuntos de vectores *debe* ser linealmente dependiente?

a) $\begin{pmatrix}a\\b\\c\end{pmatrix},\begin{pmatrix}d\\e\\f\end{pmatrix}$ *b)* $\begin{pmatrix}a\\b\end{pmatrix},\begin{pmatrix}c\\d\end{pmatrix},\begin{pmatrix}e\\f\end{pmatrix}$

c) $\begin{pmatrix}a\\b\\c\end{pmatrix},\begin{pmatrix}d\\e\\f\end{pmatrix},\begin{pmatrix}g\\h\\i\end{pmatrix}$ *d)* $\begin{pmatrix}a\\b\\c\end{pmatrix},\begin{pmatrix}d\\e\\f\end{pmatrix},\begin{pmatrix}g\\h\\i\end{pmatrix},\begin{pmatrix}j\\k\\l\end{pmatrix}$

Aquí $a, b, c, d, e, f, g, h, i, j, k$ y l son números reales.

Indique si las siguientes afirmaciones son falsas o verdaderas:

IV) Si $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \ldots, \mathbf{v}_n$ son linealmente independientes, entonces $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \ldots, \mathbf{v}_n, \mathbf{v}_{n+1}$ también son linealmente independientes.

V) Si $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \ldots, \mathbf{v}_n$ son linealmente dependientes, entonces $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \ldots, \mathbf{v}_n, \mathbf{v}_{n+1}$ también son linealmente dependientes.

VI) Si A es una matriz de 3×3 y $\det A = 0$, entonces los renglones de A son vectores linealmente dependientes en $\mathbb{R}^3$.

VII) Los polinomios $3, 2x, -x^3$ y $3x^4$ son linealmente independientes en P_4.

VIII) Las matrices $\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix}$ y $\begin{pmatrix}2&3\\-5&0\end{pmatrix}$ son linealmente independientes en M_{22}.

24.

Indique cuáles de los siguientes enunciados son verdaderos.

I) Cualesquiera tres vectores en $\mathbb{R}^3$ forman una base para $\mathbb{R}^3$.

II) Cualesquiera tres vectores linealmente independientes en $\mathbb{R}^3$ forman una base para $\mathbb{R}^3$.

III) Una base en un espacio vectorial es única.

IV) Sea H un subespacio propio de $\mathbb{R}^4$. Es posible encontrar cuatro vectores linealmente independientes en H.

V) Sea $H = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} : 2x + 11y - 17z = 0 \right\}$. Entonces $\dim H = 2$.

VI) Sea $\{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \ldots, \mathbf{v}_n\}$ una base para el espacio vectorial V. Entonces *no* es posible encontrar un vector $\mathbf{v} \in V$ tal que $\mathbf{u} \notin \text{gen}\,\{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \ldots, \mathbf{v}_n\}$.

VII) $\left\{ \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -7 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 12 \end{pmatrix} \right\}$ es una base para M_{22}.

25.

I) Si $T: \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ es la transformación lineal $T\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} z \\ -x \\ y \end{pmatrix}$, entonces $A_T =$

a) $\begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ *b)* $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ *c)* $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ *d)* $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

II) _____ representa(n) una expansión a lo largo del eje y.

a) $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ *b)* $\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ *c)* $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ *d)* $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$

III) _____ representa(n) una expansión a lo largo del eje x.

a) $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ *b)* $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ *c)* $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

d) $\begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{3} \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ *e)* $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ *f)* $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{3} & 1 \end{pmatrix}$

26.

Sea θ un número real. Demuestre que $\begin{pmatrix} \cos\theta & \operatorname{sen}\theta & 0 \\ -\operatorname{sen}\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ es invertible y encuentre su inversa.

27. Sea la matriz

$A = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 3 & 3 \end{pmatrix}$.

Encuentre sus valores característicos y sus vectores característicos.